Liaison primaire-secondaire

L'apprentissage des fractions

Le collectif des professeurs de Mathématiques
Catégorie pédagogique de la H.E.L.

Introduction

Il est souvent difficile pour les enseignants du primaire d'avoir une idée précise des attentes de leurs collègues du secondaire et inversement, les enseignants du secondaire ne connaissent pas toujours les acquis des élèves lors de leur scolarité primaire. Cet écueil est assez difficile à surmonter lors de l'apprentissage de certaines matières, particulièrement lorsqu'elles sont transversales aux niveaux primaire et secondaire. C'est le cas des fractions dont l'étude débute dès l'enseignement préscolaire pour continuer jusqu'à la fin du premier cycle du secondaire.

Pour renforcer le volet "fractions" entre le primaire et le secondaire, un groupe de travail, rassemblant des professeurs de mathématiques de la catégorie pédagogique de la Haute École de la Ville de Liège [1] et des enseignants du primaire et du secondaire, a été mis sur pied lors des années académiques 2012-2013 et 2013-2014 à l'initiative de l'Inspection de l'Enseignement Communal Liégeois.

L'objectif était double :

- obtenir un cadre didactique cohérent pour l'apprentissage des fractions ;
- permettre à tous les enseignants d'avoir une vision globale de l'apprentissage des fractions du début du primaire à la fin du premier cycle du secondaire.

Pour l'atteindre, plusieurs outils ont été exploités et critiqués : des épreuves externes, les Socles de compétences, des activités issues d'ouvrages de référence ou de manuels, reprises telles quelles ou adaptées selon l'objectif poursuivi, des documents utilisés régulièrement sur le terrain par les enseignants...

Ce fascicule est divisé en trois parties :

- d'abord une partie théorique dans laquelle sont rappelés les différents types de fractions (fraction opérateur, fraction rapport et fraction nombre) ainsi que la notion d'équivalence et les différentes opérations possibles sur les fractions ;
- ensuite, un lien avec les Socles de compétences ;
- enfin, une partie pratique dans laquelle est présenté le continuum pédagogique dégagé des différentes discussions et qui est illustré par des activités testées sur le terrain par les enseignants du groupe de travail ou par les participants à la formation menée sur le sujet lors de l'année académique 2014-2015.

1. Adresse de contact : Christine.Geron@hel.be

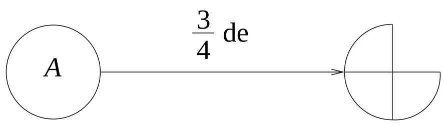
I | Quelques rappels théoriques

Dans ce chapitre sont rappelés les différents contextes donnant naissance à la notion de fraction ; nous allons ainsi voir que cette notion peut apparaitre à partir de tâches très diverses comme le découpage d'objets concrets en parts égales, la comparaison d'objets géométriques en terme de longueur, le placement d'un nombre compris entre 0 et 1 sur une droite numérique, etc. De plus, ces différentes manières d'envisager les fractions seront agencées de manière cohérente par rapport à la progression induite dans les Socles de compétences selon les différents cycles ; ainsi nous débuterons par la fraction opérateur, suivie de la fraction rapport pour finalement terminer par la fraction nombre.

1 Différents points de vue sur la notion de fraction

1.1 La fraction opérateur

Dans ce cas, la fraction est envisagée comme étant un <u>opérateur</u> qui agit sur un objet concret, sur une représentation semi-concrète ou encore sur une grandeur discrète ou continue. Nous pouvons représenter cela schématiquement par la figure ci-dessous.



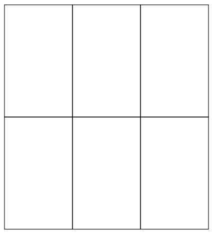
L'action d'appliquer une fraction opérateur revient donc pour l'enfant à diviser en parts égales (selon le *dénominateur*[1]) et à prélever des parts (selon le *numérateur*[2]).

Donnons à présent quelques exemples de tâches à accomplir faisant intervenir la notion de fraction opérateur.

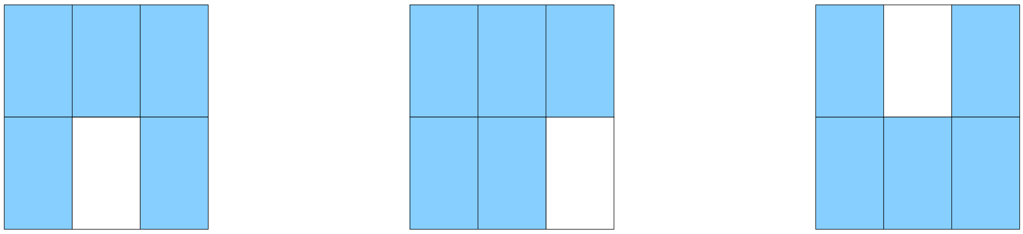
Exemple 1 (Objet concret) *Prendre la moitié (resp. le quart) d'une pomme.* Dans ce cas, l'enfant est amené à couper la pomme en deux (resp. quatre) parties égales et à en prendre une ; c'est en général le premier contact qu'a l'enfant du premier cycle avec la notion de fraction. C'est à ce moment que la notation fractionnaire est introduite ainsi que les termes *numérateur* et *dénominateur* et ce, même si le terme numérateur ne prendra tout son sens que quand on prendra plusieurs parts.

1. Du latin *denominator* : celui qui désigne.
2. Du latin *numerator* : celui qui dénombre.

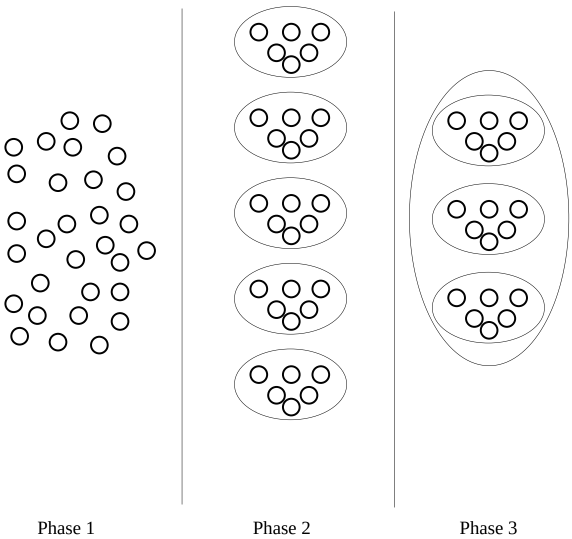
Exemple 2 (Représentation semi-concrète) *Colorier cinq sixièmes de la figure suivante.*



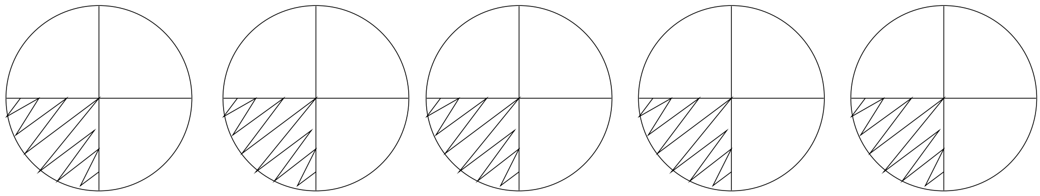
Il est clair que l'enfant peut répondre à cette question de multiples manières.



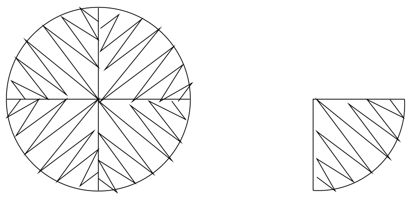
Exemple 3 (Grandeur discrète) *Prendre les trois cinquièmes de* 30 *billes.* Cet exemple est différent des deux précédents en cela qu'il demande à l'enfant de ne plus considérer un seul objet pour ensuite le découper, mais un ensemble de plusieurs objets. L'enfant devra alors au final prendre trois fois un ensemble de six billes.



Exemple 4 (Fraction supérieure à l'unité) *À la fête du village, on vend les tartes par quart. Il y a cinq goûts différents, je veux goûter à tout ; quelle portion de tarte vais-je acheter en tout ?* On peut représenter la situation par le schéma ci-dessous.

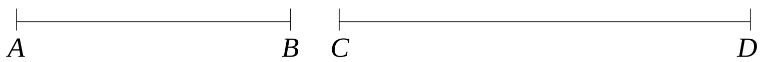


En rassemblant les parts, on obtient une portion totale de $\frac{5}{4}$ de tarte.

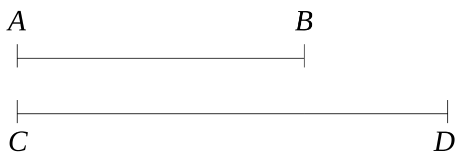


1.2 La fraction rapport

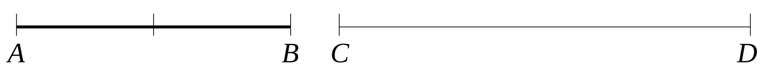
Ici, la fraction est envisagée comme le résultat de la comparaison entre deux grandeurs de même nature ; ces dernières peuvent être diverses (longueur, masse, capacité, aire, volume...). La figure ci-dessous donne un exemple de comparaison entre deux longueurs de segments.



L'enfant qui compare deux grandeurs va donc être confronté dans un premier temps au fait que la première ne sera pas toujours contenue dans la seconde un nombre entier de fois.



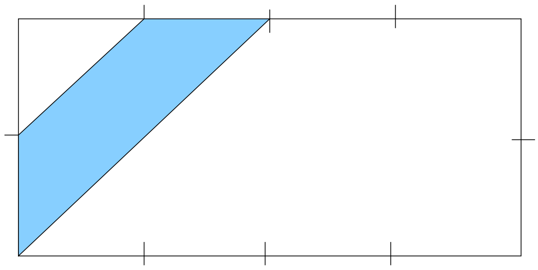
Une démarche possible consiste à voir combien de fois $|BD|$ va dans $|AB|$.



Cette constatation va naturellement amener l'enfant à devoir adapter ses représentations initiales à cette nouvelle situation et ainsi concevoir que le premier peut être contenu dans le second un nombre fractionnaire de fois.

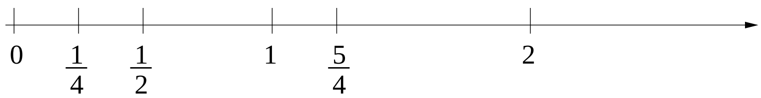
Donnons ici aussi un exemple de tâche à accomplir faisant intervenir la notion de fraction rapport.

Exemple 5 (Aire) *Trouver combien de fois le trapèze coloré est contenu dans le grand rectangle.* L'enfant va devoir ici comparer des aires pour répondre à cette question. Une des démarches possibles consiste à décomposer le rectangle.



1.3 La fraction nombre

Dans ce cas, la fraction est vue comme un nombre à part entière en cela qu'elle correspond à l'abscisse d'un point sur la droite des nombres. C'est d'ailleurs en plaçant le point correspondant à une fraction sur la droite des nombres que l'enfant est amené à considérer la fraction comme un nombre tout à fait comparable à tout type de nombres comme le montre la figure ci-dessous.



Donnons ici encore trois exemples de tâches à accomplir faisant intervenir la notion de fraction nombre.

Exemple 6 (Placement sur la droite des nombres) *Placer $\frac{3}{4}$ sur la droite des nombres.* L'enfant va devoir ici repérer la position du nombre $\frac{3}{4}$ par rapport aux nombres naturels 0 et 1.

Exemple 7 (Détermination de l'abscisse) *Établir l'abscisse du point marqué par un "?" sur la droite des nombres ci-dessous.* L'enfant va dans ce cas déterminer l'abscisse inconnue à partir des graduations de la droite des nombres.

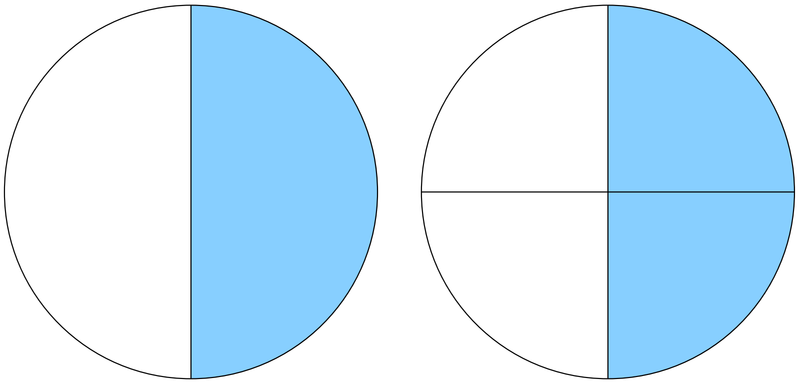
Exemple 8 (Comparaison à un naturel) *Comparer les nombres* $\frac{2}{3}$ *et* 1 *en les plaçant sur la droite graduée ci-dessous.* L'enfant va ici placer 1 judicieusement pour que $\frac{2}{3}$ soit facilement repérable.

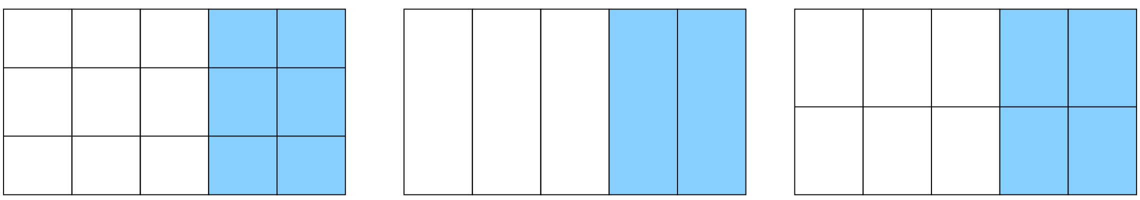
2 Équivalence et comparaison de fractions

Dans la suite de cette section, nous allons considérer les fractions selon le point de vue opérateur ; cela nous permettra dans un premier temps de tirer des conclusions sur des "grandeurs fractionnées" (tout en étant bien conscients que ceci est un abus de langage pour le "résultat de l'application d'une fraction opérateur") et dans un second temps de transposer ces conclusions aux fractions nombres.

2.1 Fractions équivalentes

Certaines fractions sont liées entre elles par un lien particulier ; d'un point de vue fraction opérateur, appliquer l'une et l'autre à un même objet donne deux portions équivalentes, c'est-à-dire deux grandeurs fractionnées égales.





Nous remarquons alors que nous ne changeons pas une grandeur fractionnée si on multiplie *(resp. divise)* son numérateur et son dénominateur par un même nombre différent de 0.

Nous remarquons que l'unité choisie comme référence (une tarte, un cake...) est absolument quelconque et ne joue aucun rôle dans les calculs ; lorsqu'on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre, l'unité considérée n'intervient pas. Nous pouvons donc travailler directement sur les fractions elles-mêmes et non plus sur les grandeurs fractionnées, ce qui est un point de vue tout aussi abstrait que le travail sur des nombres et non plus sur certaines portions d'objets.

Nous pouvons donc dire que deux fractions sont *équivalentes* si on peut passer de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant numérateur et dénominateur par un même nombre non nul éventuellement fractionnaire.

Les fractions $\frac{35}{15}$ et $\frac{7}{3}$ sont des fractions équivalentes puisque l'on peut passer de l'une à l'autre en divisant par 5 les numérateur et dénominateur.

$$\begin{tikzcd} 35 \arrow[r, bend left, ":5"] & 7 \\ 15 \arrow[r, bend right, ":5"'] & 3 \end{tikzcd}$$

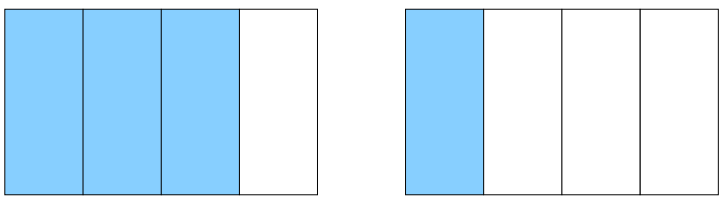
De même, les fractions $\frac{2}{6}$ et $\frac{3}{9}$ sont des fractions équivalentes puisque l'on peut passer de la première à la seconde en multipliant numérateur et dénominateur par $\frac{3}{2}$.

$$\begin{tikzcd} 2 \arrow[r, bend left, "\text{x}\,\frac{3}{2}"] & 3 \\ 6 \arrow[r, bend right, "\text{x}\,\frac{3}{2}"'] & 9 \end{tikzcd}$$

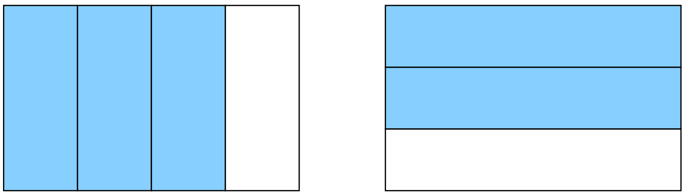
2.2 Comparaison de fractions

Nous commençons par comparer deux grandeurs fractionnées entre elles ; pour ce faire, nous distinguons deux cas.

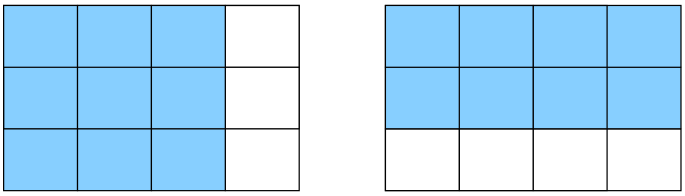
1. *Les deux fractions ont même dénominateur.* Dans ce cas, il est aisé de constater que la grandeur fractionnée la plus grande est celle qui correspond à la fraction opérateur de plus grand numérateur. Par exemple, on a $\frac{3}{4}$ de $A > \frac{1}{4}$ de A.



2. *Cas général.* Dans ce cas, la technique la plus appropriée consiste à trouver des grandeurs fractionnées équivalentes à celles de départ qui correspondent à des fractions ayant un dénominateur commun et ensuite à appliquer le cas (1). Par exemple, on peut voir que $\frac{3}{4}$ de $A > \frac{2}{3}$ de A.



En effet, si on prend 12 comme dénominateur commun (en superposant les deux découpages), cela devient beaucoup plus clair.



Tout revient alors à comparer les grandeurs fractionnées $\frac{9}{12}$ de A et $\frac{8}{12}$ de A équivalentes respectivement aux grandeurs fractionnées $\frac{3}{4}$ de A et $\frac{2}{3}$ de A. Ainsi on obtient bien $\frac{9}{12}$ de $A >$ $\frac{8}{12}$ de A et finalement $\frac{3}{4}$ de $A >$ $\frac{2}{3}$ de A.

Il n'est pas difficile de se convaincre que l'unité choisie n'a pas d'importance pour la comparaison de grandeurs fractionnées puisqu'un autre choix d'unité aurait mené aux mêmes conclusions quant à quelle grandeur fractionnée est plus grande qu'une autre ; le choix d'unité ne joue également aucun rôle dans les calculs. Nous pouvons donc admettre que les règles de comparaison de fractions opérateurs peuvent être transférées aux fractions nombres.

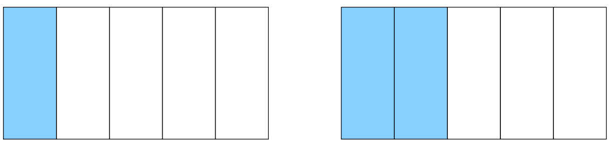
En conclusion, pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, nous avons aussi à notre disposition une méthode plus calculatoire qui consiste à prendre comme dénominateur commun un multiple des deux dénominateurs. Par exemple, si on veut comparer les fractions $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{12}$, il suffit de choisir comme dénominateur commun le nombre PPCM de 8 et de 12 qui est ici 24. On obtient ainsi que $\frac{9}{24} < \frac{10}{24}$ et donc que $\frac{3}{8} < \frac{5}{12}$.

3 Opérations sur les fractions

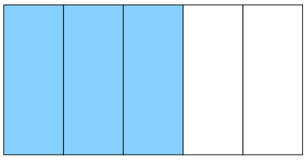
Nous allons ici aussi revenir au point de vue de la fraction opérateur et ainsi opérer sur deux grandeurs fractionnées. Nous allons pour ce faire choisir comme unité l'aire A d'un même rectangle.

3.1 Addition et soustraction

Par exemple, additionnons les grandeurs fractionnées $\frac{1}{5}$ de A et $\frac{2}{5}$ de A.



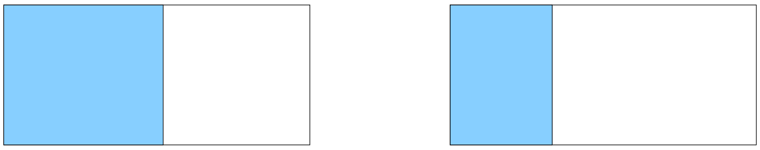
Il est aisé de constater que cela donne $\frac{3}{5}$ de A.



Ce que nous pouvons écrire par

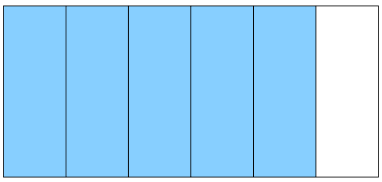
$$\frac{1}{5} \text{ de } A + \frac{2}{5} \text{ de } A = \frac{3}{5} \text{ de } A.$$

Cela est moins évident lorsque les deux grandeurs fractionnées à additionner correspondent à des fractions de dénominateurs différents ; par exemple, additionnons $\frac{1}{2}$ de A et $\frac{1}{3}$ de A.



Il est nécessaire de réduire ces deux grandeurs fractionnées au même dénominateur qui sera encore le PPCM des deux dénominateurs de départ. Cela revient donc à additionner $\frac{3}{6}$ de A et $\frac{2}{6}$ de A et on obtient alors

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \text{ de } A + \frac{1}{3} \text{ de } A &= \frac{3}{6} \text{ de } A + \frac{2}{6} \text{ de } A \\ &= \frac{5}{6} \text{ de } A. \end{aligned}$$



Il est tout aussi simple de soustraire une grandeur fractionnée d'une autre plus grande ; par exemple, effectuons la soustraction des $\frac{7}{5}$ de A des $\frac{10}{7}$ de A.

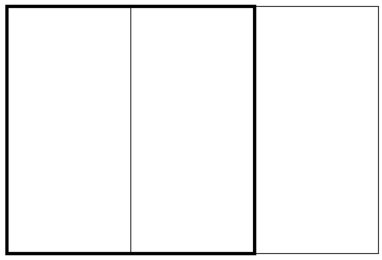
$$\begin{aligned} \frac{10}{7} \text{ de } A - \frac{7}{5} \text{ de } A &= \frac{50}{35} \text{ de } A - \frac{49}{35} \text{ de } A \\ &= \frac{1}{35} \text{ de } A. \end{aligned}$$

Ici encore, nous pouvons donc admettre que les règles d'addition et de soustraction de fractions opérateurs peuvent être transférées aux fractions nombres. Nous en déduisons ainsi que pour additionner ou soustraire des fractions, il suffit de les réduire au même dénominateur et ensuite d'effectuer l'addition ou la soustraction sur les numérateurs et de conserver le dénominateur commun.

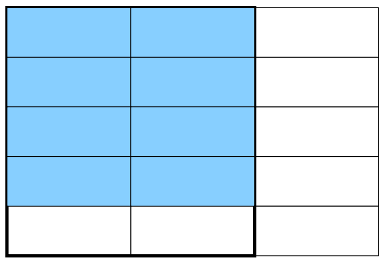
$$\begin{aligned}\frac{1}{6}+\frac{2}{9} &= \frac{3}{18}+\frac{4}{18}\\ &= \frac{7}{18}.\end{aligned}$$

3.2 Multiplication

Essayons d'enchainer deux fractionnements d'un objet A. Considérons pour ce faire les $\frac{4}{5}$ des $\frac{2}{3}$ de A. Dans un premier temps, prenons les $\frac{2}{3}$ de A.



Prenons ensuite les $\frac{4}{5}$ des $\frac{2}{3}$ de A.



Nous constatons que cela est égal aux $\frac{8}{15}$ de A, ainsi on a

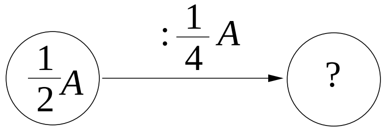
$$\begin{aligned}\frac{4}{5} \text{ de } (\frac{2}{3} \text{ de } A) &= \frac{4\times 2}{5\times 3} \text{ de } A\\ &= \frac{8}{15} \text{ de } A.\end{aligned}$$

Ici encore, nous admettrons que les règles de multiplication de fractions opérateurs peuvent être transférées aux fractions nombres. Nous en déduisons ainsi que pour multiplier des fractions, il suffit de multiplier entre eux les deux numérateurs et de multiplier entre eux les deux dénominateurs.

$$\begin{aligned}\frac{3}{7}\times\frac{2}{5} &= \frac{3\times 2}{7\times 5}\\ &= \frac{6}{35}.\end{aligned}$$

3.3 Division

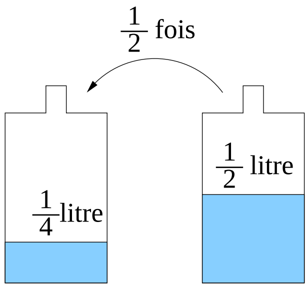
Considérons le $\frac{1}{2}$ de A, essayons de déterminer combien de fois $\frac{1}{4}$ de A est contenu dans $\frac{1}{2}$ de A.



Une simple manipulation nous permet d'affirmer que la réponse est 2 ;

$$\frac{1}{2} \text{ de } A \div \frac{1}{4} \text{ de } A = 2.$$

Ce calcul est simple à réaliser pour aider les élèves à raisonner avec la division-contenance [3]. Une deuxième question que nous pouvons nous poser est de savoir combien de fois $\frac{1}{2}$ de A est contenu dans $\frac{1}{4}$ de A ; cela pose un problème, puisque la réponse naturelle est bien sûr 0 fois car il n'y est même pas contenu 1 fois. Cependant, nous nous trouvons maintenant dans un cadre plus large que celui des naturels, ceci nous amène alors à dire qu'il y serait contenu $\frac{1}{2}$ fois.



Ce que nous pouvons écrire par

$$\frac{1}{4} \text{ de } A \div \frac{1}{2} \text{ de } A = \frac{1}{2}.$$

Forts de ces constatations, nous pouvons en venir à un exemple plus abstrait, à savoir

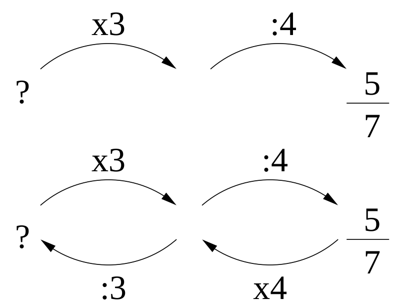
$$\frac{5}{7} \div \frac{3}{4} = ?$$

En s'appuyant sur le fait que le quotient d'une division multiplié par le diviseur nous donne le dividende, on a bien

$$? \times \frac{3}{4} = \frac{5}{7}.$$

Décomposons alors la multiplication par $\frac{3}{4}$, il vient

3. Ce type de division traduit la question : “combien de fois ... est-il contenu dans ... ?” en opposition avec la division partage : “partageons ... en ... parts égales”.



On obtient donc, en lisant de droite à gauche, que

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{3} = \,?$$

Ainsi, si nous comparons cela à la première ligne ($\frac{5}{7} \div \frac{3}{4} = ?$), nous voyons que la division par $\frac{3}{4}$ a été remplacée par une multiplication par $\frac{4}{3}$.

Une fois encore, nous admettrons que les règles de division de fractions opérateurs peuvent être transférées aux fractions nombres. Nous en déduisons ainsi que pour diviser des fractions, il suffit de multiplier la première par la seconde inversée. Par exemple, il vient

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{4}.$$

II | Les Socles de compétences et les fractions

À quels moments de leurs apprentissages les élèves doivent-ils rencontrer les différents types de fractions ?

La réponse n'est pas simple ! Chaque enseignant tant du primaire que du secondaire envisage chacun des trois types à l'un ou l'autre moment de l'année.

Qu'en disent les prescrits légaux ?

Les Socles de compétences ne sont pas très explicites sur ce point mais quand on répertorie les items faisant clairement référence aux fractions, on s'aperçoit que ceux devant être certifiés en fin de 6^e primaire apparaissent majoritairement dans la partie grandeurs alors que ceux devant être certifiés en fin de premier degré de l'enseignement secondaire se trouvent surtout dans la partie nombres. Même si le fait de certifier des compétences en fin de cycle n'empêche pas de les aborder avant ni de les entretenir après, ce référent légal semble suggérer que les enfants du primaire devraient rencontrer principalement des fractions opérateurs et rapports alors que ceux du secondaire ne devraient quasiment plus travailler qu'avec des fractions nombres.

III | Des pistes didactiques et idées d'activités

Le groupe de travail mis en place lors des années académiques 2012-2013 et 2013-2014 pour renforcer le volet "fractions" entre le primaire et le secondaire poursuivait un double objectif :

- obtenir un cadre didactique cohérent pour l'apprentissage des fractions ;
- permettre à tous les enseignants d'avoir une vision globale de l'apprentissage des fractions du début du primaire à la fin du premier cycle du secondaire.

Dans cette partie pratique, le continuum pédagogique dégagé des différentes discussions sera présenté et surtout illustré par des activités testées sur le terrain par les enseignants du groupe de travail ou par les participants à la formation menée sur le sujet lors de l'année académique 2014-2015. Elles sont regroupées par type de fraction et les activités spécifiques permettant de faire des liens et de donner du sens aux différents moments charnières sont explicitées individuellement.

1 Construction d'un fil didactique

Utiliser, comme point de départ, des questions du CEB et du CE1D pour repérer les points matières spécifiquement ciblés dans chacun des exercices ainsi que les prérequis nécessaires à leur résolution s'est avéré à la fois intéressant et problématique.

L'idée était de s'appuyer sur cette analyse pour mettre de l'ordre dans ces problèmes, les classer selon un niveau de difficulté croissant de manière à faire émerger un premier fil didactique.

La difficulté principale rencontrée a résulté de la présence d'éléments perturbateurs dans les exercices proposés. Ils ont souvent empêché d'isoler les éléments relevant uniquement de la didactique des fractions. Les épreuves externes certificatives évaluant des compétences et pas seulement des savoir-faire, les items correspondent à des questions à poser au terme des apprentissages sur le sujet, en fin de "chapitre". Ils ont dès lors tendance à mélanger plusieurs aspects d'une même matière, voire même plusieurs matières. Par exemple, la question 4 du CEB 2012, partie grandeurs, demandait aux enfants de placer le signe qui convient (>, <, =) dans le tableau suivant :

$\frac{1}{4}\ kg$		$0,25\ kg$
$\frac{3}{5}\ m^3$		$0,35\ m^3$
$\frac{1}{3}\ litre$		$0,3\ litre$

Cette question aurait pu ne concerner que la comparaison de fractions opérateurs, et donc venir assez tôt dans le fil didactique, s'il n'y avait pas eu des nombres décimaux, de surcroit bien choisis, en lien avec les erreurs fréquemment commises par les enfants lors du passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale (par exemple, on garde les mêmes chiffres que ceux apparaissant dans la fraction et on écrit "0," devant).

Il a dès lors fallu modifier les exercices des épreuves externes de manière à les épurer, les recentrer sur le point matière principalement abordé en élaguant les éléments parasites. Par exemple, le tableau de la question 4 du CEB 2012 est devenu :

$\frac{1}{4}$ kg		$\frac{1}{2}$ kg
$\frac{3}{5}$ m^3		$\frac{4}{10}$ m^3
$\frac{1}{3}$ $litre$		$\frac{2}{6}$ $litre$

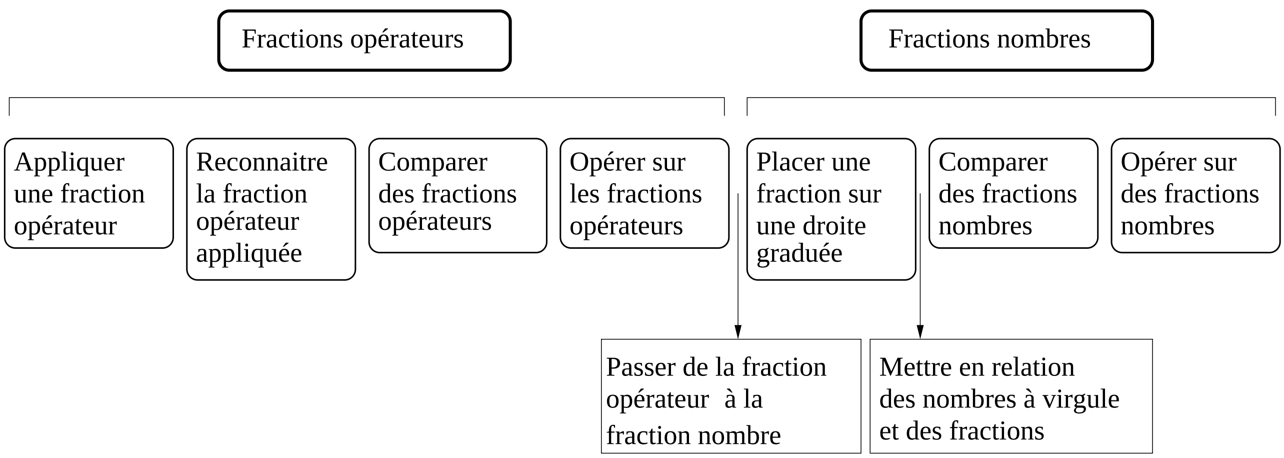
Grâce à ces nouveaux supports et aux concepts théoriques préalablement rencontrés, un fil didactique permettant d'avoir une vision plus claire des étapes par lesquelles les élèves devraient passer pour un apprentissage plus cohérent des fractions a été mis en évidence. Cette progression est un exemple de ce qui pourrait être envisagé pour apprendre les fractions du fondamental à la fin de la deuxième année du secondaire :

— appliquer une fraction opérateur ;
— reconnaitre la fraction opérateur appliquée ;
— comparer des fractions opérateurs (ce qui mène aux fractions équivalentes) ;
— opérer sur les fractions opérateurs ;

— placer une fraction sur une droite graduée ;
— comparer des fractions nombres ;
— opérer sur des fractions nombres.

Les quatre premières étapes concernent les fractions opérateurs et les trois dernières, les fractions nombres.

Voici un exemple des étapes à envisager dans l'apprentissage des fractions tel qu'il a été conçu par le groupe de travail.



Ce modèle didactique reprend la progression obtenue ci-dessus et met en évidence deux moments charnières :

— le passage de la fraction opérateur à la fraction nombre ;

— le lien entre les fractions nombres et les nombres à virgule.

Ces deux transitions sont peu exploitées dans les classes alors qu'elles constituent de véritables obstacles inhérents aux fractions.

Comment faire comprendre aux élèves que les fractions qu'ils rencontrent depuis qu'ils sont en maternelle, qui font prendre la moitié ou le quart de quelque chose, changent subitement de statut pour se retrouver équivalentes aux nombres $0,5$ ou $0,25$?

Sans doute, continuent-ils à réfléchir en termes d'opérateurs alors qu'ils devraient travailler avec des nombres. C'est d'ailleurs ce que laissent penser les démarches observées quand on demande de classer, par exemple,

$$2\,;\ \frac{3}{2}\,;\ 0,83\,;\ -2\,;\ \frac{1}{4}\ \text{et}\ \frac{2}{10}.$$

Les élèves ont tendance à classer les nombres à virgule entre eux et les fractions entre elles, sans les mettre en relation. Ils ne semblent pas imaginer qu'il puisse être possible d'imbriquer ces deux ensembles, qui ne constituent en fait qu'un seul ensemble de nombres, pour intercaler des nombres à virgule dans les fractions ordonnées et inversement. Une hypothèse consiste à envisager que les élèves n'accordent pas le même statut, en l'occurrence celui de nombre, à tous ces éléments mathématiques.

Une autre question mérite d'être posée : comment lier les fractions aux nombres à virgule ?

Une fois que les fractions obtiennent le statut de nombre à part entière, il reste à les mettre en parallèle avec les autres ensembles de nombres. Une manière efficace de procéder est de construire une droite numérique sur laquelle vont se côtoyer les naturels, les fractions, les nombres à virgule... et où un point de la droite sera associé à un nombre écrit sous plusieurs formes comme, par exemple,

$$\frac{1}{2}\,;\ \frac{5}{10}\,;\ 0,5\ \text{ou}\ \frac{5}{4}\,;\ \frac{125}{100}\,;\ 1,25.$$

Avant d'illustrer le continuum didactique d'exemples d'activités à mener pour construire les différentes notions, il est important de souligner la nécessité de fréquents allers-retours entre les étapes décrites. Même si un ordre est préconisé, il va de soi que des retours sont inévitables, et même conseillés, pour assoir les nouveaux concepts. En effet, aucun apprentissage n'est linéaire. Il est primordial d'enraciner les nouvelles idées sur des notions bien ancrées dans l'esprit des élèves. Les liens ainsi tissés entrainent une construction de sens essentielle pour inscrire les apprentissages dans la durée.

2 Activité sur les différents types de fractions

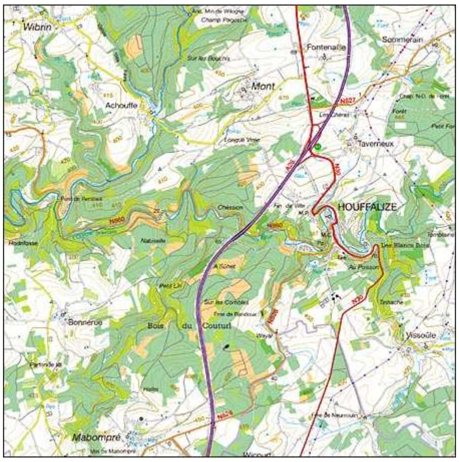
Cette activité, adaptée du manuel Randomath, a pour but d'aborder les fractions sous différents angles (opérateur, rapport et nombre). Elle se présente sous la forme de "La gazette des fractions". Elle n'a pas de véritable place dans le modèle didactique explicité ici mais elle peut être proposée aux élèves de fin de primaire ou de début de secondaire puisqu'elle brasse des notions rencontrées dans les classes primaires, sans pour autant que des mots y aient été associés. Elle donne une belle occasion de mettre de l'ordre (et du sens) dans tous ces concepts.

Consigne

Repérer les différentes fractions apparaissant dans les exemples ci-dessous. Les trier en explicitant les critères utilisés.

- *Pub...*
  Votre écran $\frac{4}{3}$ devient ringard ? Optez pour un écran $\frac{16}{9}$.
- *Gourmandise*
  - $\frac{1}{4}$ kg de beurre mou,
  - $\frac{1}{4}$ kg de sucre,
  - 3 ou 4 œufs,
  - $\frac{1}{4}$ kg de farine,
  - 1 pincée de sel,
  - 1 sachet de levure chimique.

  Mélanger le tout, cuire $\frac{3}{4}$ d'heure au four à 165°, démouler et laisser refroidir. Distribuer à chaque invité $\frac{1}{8}$ du cake.
- *Droite graduée*
  Placer sur une droite graduée les fractions suivantes : $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{4}$.
- *Nouvelle carte IGN*



  Celle-ci représente la région de Houffalize (échelle $\frac{1}{50000}$).
- *Opérations*
  Effectuer les opérations suivantes :

  $\frac{2}{7} + \frac{1}{5} =$ $\qquad$ $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} =$

  $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} =$ $\qquad$ $\frac{1}{8} \div \frac{1}{7} =$

- *Billes et autocollants*
  Nathan veut partager ses 120 billes et ses 60 autocollants avec son petit frère. Voici les calculs qu'il effectue pour décider combien il va en conserver.

$$\frac{1}{6} \text{ de } 120 = 20 \text{ et } \frac{4}{5} \text{ de } 60 = 48$$

Conclusion

Plusieurs organisations sont possibles. L'une d'elles mène aux distinctions suivantes :

Fractions qui agissent sur des objets, des grandeurs, des quantités	**Fractions qui n'agissent pas sur des objets, des grandeurs, des quantités**	
Fractions opérateurs	**Fractions rapports**	**Fractions nombres**
$\frac{1}{8}$ de cake $\frac{3}{4}$ d'heure $\frac{4}{5}$ de 60 billes	L'échelle $\frac{1}{50000}$ L'écran $\frac{16}{9}$	$\frac{1}{2}$ (sur une droite graduée) $\frac{5}{4}$ (sur une droite graduée)

3 Activités sur les fractions opérateurs

Les activités reprises dans cette partie travaillent une ou plusieurs étapes du fil didactique concernant les fractions opérateurs. Pour chacune, les objectifs poursuivis sont détaillés, le matériel nécessaire à leur réalisation est listé et les consignes à formuler sont explicitées. Pour en savoir plus, le lecteur est invité à se référer aux sources dont elles sont issues.

Ces quelques activités donnent des exemples de ce qui peut être réalisé avec les élèves sur le sujet mais il ne faut évidemment pas s'en contenter, elles n'ont pas la prétention de couvrir toutes les étapes de l'apprentissage de ce type de fraction. Bien d'autres figurent dans les manuels disponibles sur le marché. Différents matériels permettent également de soutenir les réflexions. Ils peuvent être combinés avec ces activités, comme moyens de différenciation, ou constituer, à eux seuls, des supports pertinents pour l'apprentissage des fractions opérateurs. Parmi eux, citons par exemple, les tours de fractions (Celda & Asco), l'atelier des fractions (Bricolux), les Attrimaths (Degrid)...

La plupart de ces activités proposent d'effectuer des manipulations concrètes permettant de résoudre le problème posé et ensuite d'analyser les résultats obtenus pour les traduire dans un langage mathématique correct et notamment faire émerger les règles de calcul. L'avantage est double : éviter de devoir connaitre la démarche censée être découverte via l'activité pour trouver la solution et donner plus de sens aux écritures mathématiques abstraites et les rendre ainsi plus accessibles.

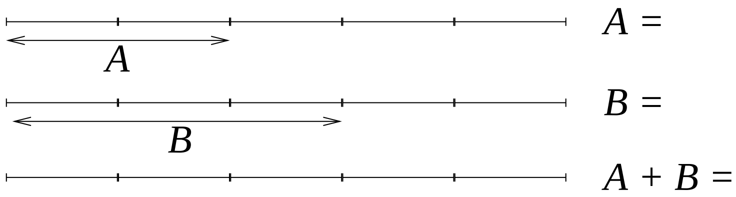
D'autres outils peuvent également être recommandés. Ils regorgent d'exemples concrets d'activités à mener avec les élèves, le plus souvent sur les fractions opérateurs. Notons parmi d'autres, le fractionary (M. Pécheny), "Les fractions : je découvre, je manipule, je construis" (Celda), "Fractions : des activités, des jeux pour tous les cycles" (CECP, centre de formation enseignement de l'UCVB)...

3.1 Segments unités

L'objectif de cette activité est de reconnaitre la fraction opérateur appliquée à un objet géométrique (à une dimension) et d'additionner des fractions opérateurs.

Consigne

Écrire les longueurs A et B sous la forme de fractions de la longueur du grand segment gradué.

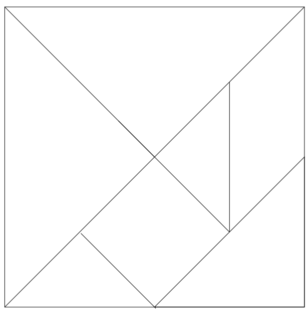


3.2 Tangram

Cette activité est adaptée du CREM. Son objectif est triple : reconnaitre, comparer et additionner des fractions opérateurs.

Consigne préalable (permettant de se familiariser avec le matériel)

Faire un carré en utilisant les 7 pièces.



Consignes

1. *Mesurer les pièces du puzzle en utilisant la plus petite pièce (le petit triangle) pour unité.*
2. *Mesurer les pièces du puzzle avec la plus grande des pièces (le grand triangle) comme unité.*

3. *Utiliser le Tangram complet comme référent pour la mesure des différentes pièces.*

Un tableau tel que celui ci-dessous permet de garder trace des découvertes.

Pièce mesurée	*à l'aide du petit triangle*	*à l'aide du grand triangle*	*à l'aide du Tangram complet*
petit triangle	$\equiv$ 1 petit triangle	$\equiv \frac{1}{4}$ grand triangle	$\equiv \frac{1}{16}$ Tangram
triangle moyen	$\equiv$ 2 petits triangles	$\equiv \frac{1}{2}$ grand triangle	$\equiv \frac{1}{8}$ Tangram
grand triangle	$\equiv$ 4 petits triangles	$\equiv$ 1 grand triangle	$\equiv \frac{1}{4}$ Tangram
carré	$\equiv$ 2 petits triangles	$\equiv \frac{1}{2}$ grand triangle	$\equiv \frac{1}{8}$ Tangram
parallélogramme	$\equiv$ 2 petits triangles	$\equiv \frac{1}{2}$ grand triangle	$\equiv \frac{1}{8}$ Tangram

Pour aller plus loin, on peut également demander d'établir la mesure des pièces du puzzle en utilisant le triangle moyen comme étalon, sans faire la manipulation.

L'addition des mesures obtenues avec le Tangram complet permet de revoir les fractions équivalentes mais sert également de preuve puisqu'un résultat différent de 1 témoignerait de la présence d'une erreur.

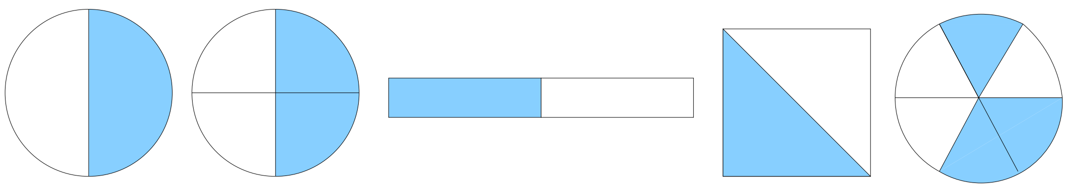
3.3 Lotto

Ce jeu peut être construit et adapté à tout type de matière.

L'exemple proposé ici a pour objectif de travailler les fractions équivalentes, présentées sous différentes formes.

Des plateaux plastifiés de huit cases sont mis à disposition des élèves. Sur ces cases figurent des représentations de fractions, sous forme de dessin ou d'écriture chiffrée. Les cartes associées sont mises de côté. Elles seront tirées une à une. Le joueur dont le plateau possède une case avec une fraction équivalente à celle de la carte tirée au sort gagne la carte.

Il n'est pas nécessaire d'associer deux fractions représentées de la même manière. Par exemple, la carte avec la fraction $\frac{1}{2}$ peut aussi bien être associée à la case comportant la même fraction chiffrée qu'à la case portant la fraction chiffrée $\frac{5}{10}$, qu'à celle comportant les dessins suivants.



Le niveau de difficulté des fractions ou de leurs représentations peut varier d'un plateau à l'autre de manière à faciliter la différenciation. Les règles du jeu peuvent aussi être adaptées pour permettre la coopération plutôt que la compétition.

3.4 Cocktail de jus de fruits

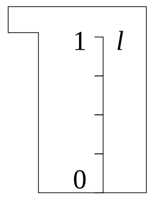
Cette activité est tirée du manuel de la collection Cinq sur Cinq sur les nombres et travaille l'addition des fractions opérateurs.

Consignes

Cocktail de jus de fruits :

- $\frac{1}{2}$ litre de jus d'orange,
- $\frac{3}{10}$ de litre de jus de pamplemousse,
- $\frac{1}{5}$ de litre de sirop de grenadine.

Voulant préparer ce cocktail, Marion utilise un verre doseur (le schéma n'est pas en vraie grandeur).



1. Reproduire trois fois le verre doseur en prenant 5 cm pour 1 l. Marquer :
   a. sur le premier, le niveau de jus d'orange ;
   b. sur le deuxième, le niveau de jus de pamplemousse ;
   c. sur le troisième, le niveau de sirop de grenadine.
2. Après avoir effectué le mélange, Marion se demande si elle obtiendra un litre de cocktail. Comment faire pour répondre à cette question ?

3.5 Multiplication de fractions

Cette activité est issue du manuel de la collection Cinq sur Cinq sur les nombres et, comme son nom l'indique, concerne la multiplication de fractions.

Consignes

1. *Réaliser le programme de construction ci-dessous :*
   - *Construire un carré $ABCD$ de 75 mm de côté.*
   - *Marquer le point G sur le côté $[AB]$ tel que $|AG| = \frac{2}{3} \times |AB|$.*
   - *Marquer le point R sur le côté $[AD]$ tel que $|AR| = \frac{4}{5} \times |AD|$.*
   - *Construire le rectangle $AGIR$, puis le colorier.*

   Axel trouve que l'aire du rectangle $AGIR$ représente $\frac{8}{15}$ de l'aire du carré $ABCD$. Il a raison, mais comment fait-il ?
2. *Un terrain rectangulaire n'est cultivé que sur les trois quarts de sa longueur et les deux tiers de sa largeur. Hélène dit que ce terrain est à moitié cultivé. A-t-elle raison ? (Conseil : faire un dessin.)*

3.6 Division d'un nombre par une fraction

Cette activité provient du nouvel Actimath 2. Elle propose des manipulations, autour de la division par une fraction, pouvant être réalisées de manière concrète. Cette façon de procéder permet d'obtenir la réponse au problème posé sans avoir recours aux calculs. Ceux-ci n'apparaissent qu'après, comme traduction mathématique de la situation réelle. Les règles de calculs se déduisent alors de l'analyse des réponses obtenues en lien avec les calculs posés.

Consignes

Pour chaque question, noter la réponse puis le calcul qu'on pourrait associer à la situation.

1. *Combien de cruches de* 2 *litres d'eau peut-on remplir avec un bidon de* 12 *litres ?*
   Réponse : ....
   Calcul associé : ....
2. *Combien de cruches de* 3 *litres d'eau peut-on remplir avec un bidon de* 12 *litres ?*
   Réponse : ....
   Calcul associé : ....
3. *Combien de cruches de* $\frac{1}{2}$ *litre d'eau peut-on remplir avec un bidon de* 12 *litres ?*
   Réponse : ....
   Calcul associé : ....
4. *Combien de cruches de* $\frac{1}{4}$ *de litre d'eau peut-on remplir avec un bidon de* 12 *litres ?*
   Réponse : ....
   Calcul associé : ....
5. *Combien de cruches de* $\frac{3}{4}$ *de litre d'eau peut-on remplir avec un bidon de* 12 *litres ?*
   Réponse : ....
   Calcul associé : ....

Quelle conclusion peut-on tirer quant à la division d'un nombre par une fraction ?

4 Activité sur le passage de la fraction opérateur à la fraction nombre

Cette activité est adaptée de “Bande unité” (ERMEL CM1). Elle permet d'accompagner les élèves dans ce moment charnière de l'apprentissage des fractions qu'est la construction du concept de fraction nombre au départ de celui de fraction opérateur.

Pour cette activité, le matériel suivant est nécessaire :

- une bande-unité de 10 cm de long et 2 cm de large ;
- des feuilles numéro 1 sur lesquelles est représenté chaque fois un segment différent (en réalité, trois segments aux dimensions précises : $|AB| = 25\ cm$, $|CD| = 17,5\ cm$ et $|EF| = 21,25\ cm$) ;

Prénom : Feuille 1

Segment de la feuille 3 trouvé par le récepteur :
Est−ce le bon segment ?

Prénom : Feuille 1

Segment de la feuille 3 trouvé par le récepteur :
Est−ce le bon segment ?

Prénom : Feuille 1

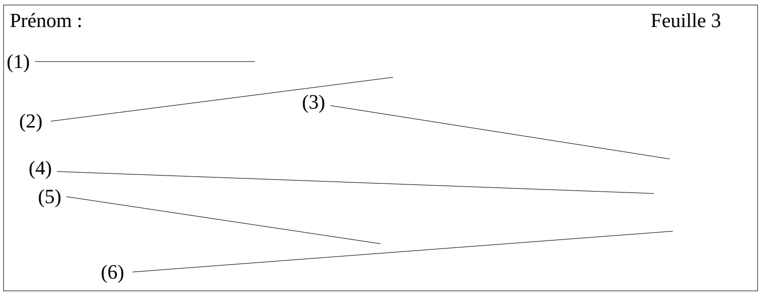
Segment de la feuille 3 trouvé par le récepteur :
Est−ce le bon segment ?

- une feuille numéro 2 sur laquelle les élèves devront écrire un message ;

Prénom de l'émetteur : Feuille 2
Message :

Prénom du récepteur :
Segment de la feuille numéro 3 correspondant au message :
Remarques :

- une feuille numéro 3 sur laquelle sont représentés 6 segments (les 3 cités précédemment et 3 autres de longueurs $12,5\ cm$, $16,25\ cm$ et $23,75\ cm$) ;



- une demi-droite d'origine O.

Première partie

Pour cette activité de communication, les élèves travaillent par deux. Chaque groupe de deux élèves reçoit les éléments suivants :

- une bande unité de 10 cm sur 1,
- une des feuilles numéro 1 illustrées ci-dessus (celle avec le segment $[AB]$ ou celle avec $[CD]$ ou celle avec $[EF]$) ;
- une feuille numéro 2 pour y écrire son message.

Les règles graduées ne sont pas disponibles. L'enseignant montre la feuille portant les segments numérotés de 1 à 6.

Consignes

> — *Vous ne disposez que d'un crayon.*
> — *Sur la feuille numéro* 1*, indiquez vos prénoms. Sur cette feuille se trouve un segment. Vous allez devoir le décrire par écrit pour qu'un autre groupe puisse retrouver parmi les six segments représentés sur la feuille numéro* 3 *(affichée au tableau) celui qui a la même longueur.*
> — *Pour pouvoir rédiger cette description, vous allez devoir utiliser une bandelette-unité (dans le sens de la longueur !). Vous allez noter les informations, ainsi que vos prénoms, sur la feuille numéro* 2*.*

Les élèves sont amenés à mesurer le segment en reportant la bande-unité, en la pliant éventuellement en deux, en quatre ou en huit. Cela pourra être exprimé en français ou en utilisant des écritures fractionnaires lors de la rédaction du message sur la feuille numéro 2. Ensuite, les enfants échangent leurs feuilles numéro 2.

Consignes

> — *Échangez votre feuille numéro* 2 *avec un autre groupe.*
> — *Écrivez vos prénoms et identifiez le segment décrit. Indiquez, en dessous du message, le numéro correspondant.*
> — *Si vous ne trouvez pas de quel segment il s'agit, rédigez des remarques sur la clarté du message ou les difficultés rencontrées.*

Chaque groupe récupère sa feuille numéro 2 et complète sa feuille numéro 1 en vérifiant si le message a permis aux récepteurs de trouver le bon segment.

Pour la mise en commun, l'enseignant reprend, pour chacun des trois segments, tous les messages produits. Il écrit, au tableau, les mesures données et les segments trouvés.

Les enfants expliquent leur démarche. Celle-ci est formalisée à l'aide de l'écriture fractionnaire suivante :

$$|AB| = 2u + \frac{1}{2}u \text{ ou } |AB| = 5 \times \frac{1}{2}u = \frac{5}{2}u$$

On vérifie que le segment $[AB]$ a bien la même longueur que le segment (2), en les superposant. On fait de même pour les deux autres segments.

Deuxième partie

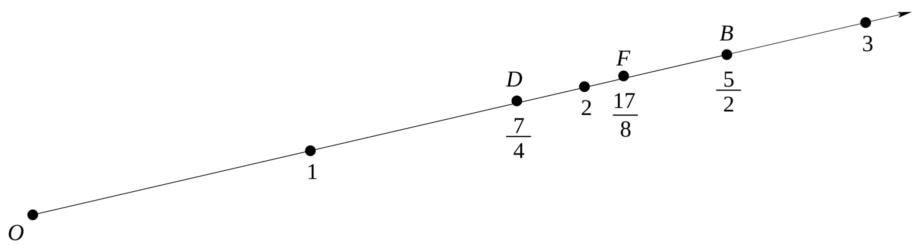
Chacun reçoit alors une feuille avec une demi-droite d'origine O.

Consignes

- *Sur la demi-droite fournie, utilisez la bandelette-unité pour placer les nombres* 0, 1, 2 *et* 3.
- *Si on place le segment* $[AB]$ *(*$[CD]$ *ou* $[EF]$*) sur cette demi-droite de telle sorte que les points* O *et* A *(*C *ou* E*) coïncident, quel est le nombre associé au point* B *(*D *ou* F*) ?*

Les nombres $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{4}$ et $\frac{17}{8}$ apparaissent alors comme des abscisses de points précis de la droite numérique.

Lors de la mise en commun, une grande droite numérique est affichée au tableau et les sept nombres rencontrés y sont repérés à l'aide d'une bandelette-unité (plus grande que celle utilisée par les enfants lors de l'activité comme par exemple une feuille A4 en paysage). De la sorte, les fractions acquièrent le statut de nombre, au même titre que les naturels.



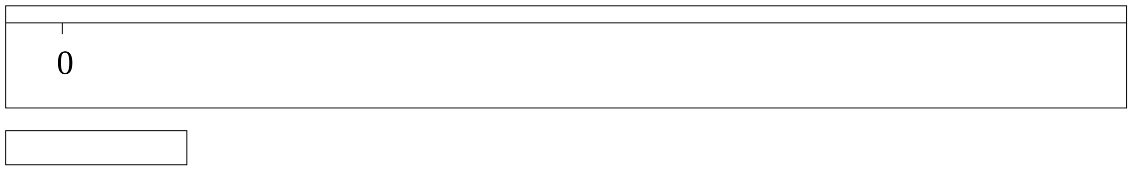
5 Activité sur la construction de la droite numérique

Les fractions ayant acquis le statut de nombre, elles peuvent maintenant coexister avec les nombres décimaux sur une droite graduée. La comparaison de nombres, même écrits sous des formes différentes, en sera facilitée.

Cette séquence est une adaptation d'une activité développée dans ERMEL CM2.

Étape 1 : Construire une droite numérique graduée en dixièmes d'unité

Chaque duo reçoit une bandelette de 2 mètres sur 3 ou 4 cm (morceau de rouleau de calculatrice ou bande de papier listing) sur laquelle le 0 est placé, ainsi qu'une bandelette-étalon de 5 cm sur 1. La longueur de la bandelette-étalon vaut un dixième de l'unité ($\frac{1}{10}$) (attention, dans le sens de la longueur !).



Consigne : *Placer* 1 *sur la bandelette.*

La mise en commun fait apparaitre que, pour placer le nombre 1, il s'agit de reporter 10 fois la bandelette-étalon dans le sens de la longueur car, dans une unité, il y a dix dixièmes. Il est alors possible de mathématiser les manipulations au travers d'écritures telles que

$$1 = 10 \times \frac{1}{10} \text{ ou } 1 = 2 \times (5 \times \frac{1}{10}).$$

Consigne : *Placer les nombres* 2 *et* 3.

Les enfants peuvent recourir au pliage, au report de la bandelette-étalon ou à la combinaison des deux méthodes.

Étape 2 : Utiliser une droite numérique pour situer des fractions décimales (jusqu'aux dixièmes)

Le matériel et les groupements restent inchangés.

Consigne : *Placer sur la droite la fraction* $\frac{8}{10}$, *puis la fraction* $\frac{25}{10}$.

Lors de la mise en commun, il sera demandé aux élèves d'expliquer et justifier leurs démarches, puis de les mathématiser au travers d'expressions telles que :

$$\frac{8}{10} = 1 - \frac{2}{10} = 8 \times \frac{1}{10} \text{ et } \frac{25}{10} = 2 + \frac{5}{10} = 3 - \frac{5}{10} = 25 \times \frac{1}{10}.$$

Étape 3 : Utiliser une droite numérique pour situer des fractions décimales (jusqu'aux centièmes)

Consigne : *Toujours avec le même matériel, placer la fraction* $\frac{135}{100}$.

Suite à cette recherche, les démarches mises en œuvre sont précisées et comparées lors d'une mise en commun. Pour assoir les découvertes et utiliser les instruments construits, on demande ensuite de placer les fractions $\frac{205}{100}$ et $\frac{40}{100}$.

La mise en commun permettra de mettre en évidence les ruptures existant entre les entiers et les rationnels :

- l'idée de succession : un nombre naturel a un successeur (le successeur de 7 est 8). Cette idée n'a pas de sens pour les rationnels ; quel est le successeur $\frac{21}{10}$? $\frac{22}{10}$ ou $\frac{211}{100}$ ou... ?
- l'intercalation : entre deux naturels, il existe un nombre fini de naturels. Entre deux décimaux, il existe une infinité de décimaux.

Cette mise en commun permettra aussi de mathématiser les relations construites par les groupes durant la recherche :

$$1 = \frac{100}{100},\ \frac{1}{10} = \frac{10}{100},\ \frac{1}{10} : 2 = \frac{5}{100},$$

$$\frac{135}{100} = 1 + \frac{35}{100} = \frac{13}{10} + \frac{5}{100} = \frac{14}{10} - \frac{5}{100} = \cdots$$

$$\frac{35}{100} = \frac{4}{10} - \frac{5}{100}.$$

Consigne : *Sur la droite graduée, tracer tous les dixièmes compris entre* 0 *et* 2 *et graduer, à l'aide d'une règle graduée, l'étalon* $\frac{1}{10}$ *en* 10 *centièmes.*

Les enfants disposeront ainsi de tous les outils nécessaires au placement précis de nombres décimaux (jusqu'aux centièmes) sur la droite numérique.

Étape 4 : Placer des nombres décimaux sur une droite numérique

Les élèves disposent de leur grande bande graduée en dixièmes et de la bandelette-étalon d'un dixième graduée en centièmes.

Consignes

— *Placer une unité sept dixièmes sur la grande bande.*
— *Placer deux unités trois centièmes et une unité deux-cent-trente-cinq millièmes.*

Différentes écritures sont possibles pour un même nombre : $1 + \frac{7}{10}$ ou $1,7$.

Lors de la mise en commun, la notation fractionnaire est utilisée pour donner du sens aux chiffres des écritures à virgule et pour traduire les relations entre millième et unité, entre centième et unité, entre dixième et unité.

$$1,7 = 1 + \frac{7}{10}$$

$$2,03 = 2 + \frac{3}{100}$$

$$1,235 = 1 + \frac{235}{1000} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$$

$$1 = \frac{1000}{1000} = \frac{100}{100}$$

Prolongement

Pour systématiser la mise en relation entre écriture fractionnaire et écriture décimale, un tableau tel que ci-dessous pourrait être proposé.

Écriture avec les mots unité, dixième, centième, millième	Écriture à virgule	Somme de la partie entière et de la fraction décimale	Fraction décimale
	$2,22$		
Sept centièmes			
		$203 + \frac{8}{1000}$	
			$\frac{275}{100}$
	$92,120$		

6 Activités sur les fractions nombres

Il existe peu d'activités à proprement parler ne faisant intervenir que des fractions nombres. En effet, dès que des manipulations concrètes entrent en jeu, les fractions opérateurs réapparaissent. Cela étant, les activités présentées précédemment permettent de construire la plupart des concepts des fractions nombres (comparaisons, opérations...) en s'appuyant sur les opérateurs. Vu le lien établi entre les opérateurs et les nombres au travers de la droite numérique, ces notions peuvent en effet être étendues aux fractions nombres.

Des précautions, notamment de vocabulaire, doivent néanmoins être prises pour ne pas renforcer la confusion entre opérateur et nombre. Par exemple, l'opération

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5},$$

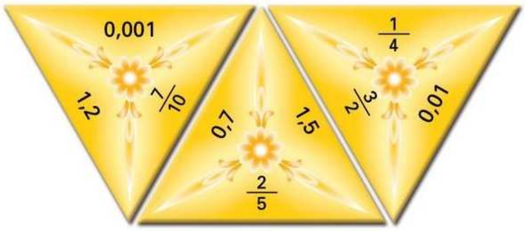
du côté opérateur peut s'appuyer sur un support visuel de type carré, rectangle ou même disque alors que du côté nombre, le seul outil pertinent est la droite numérique : il faut mettre bout à bout les segments représentant $\frac{1}{5}$ et $\frac{3}{5}$ et se rendre compte que l'extrémité du segment ainsi obtenu correspond au nombre $\frac{4}{5}$ sur la droite.

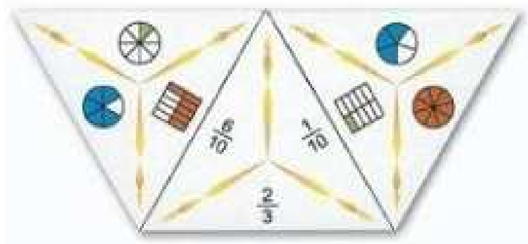
Pour aider les élèves à exercer leurs connaissances sur les fractions nombres, la plupart des jeux ou activités proposés au point 3 peuvent également être adaptés au domaine des fractions nombres. Toutes les représentations seraient remplacées par des nombres, écrits sous forme fractionnaire ou à virgule.

Il existe beaucoup de matériels faisant intervenir des fractions nombres mais ceux-ci ne leur réservent pas toujours une place à part. Elles y côtoient souvent des fractions opérateurs. Le mélange de ces différentes formes de nombres et de fractions nécessite une bonne maitrise préalable des concepts en jeu. Les élèves ne doivent pas y être confrontés trop tôt sous peine d'entretenir une certaine confusion constituant souvent un frein pour la construction des futurs apprentissages. Il est dès lors conseillé d'adapter les jeux du commerce au sujet en cours d'apprentissage.

6.1 Trimino

Ce jeu est notamment commercialisé sous le nom de Schubitrix (disponible chez Bricolux).





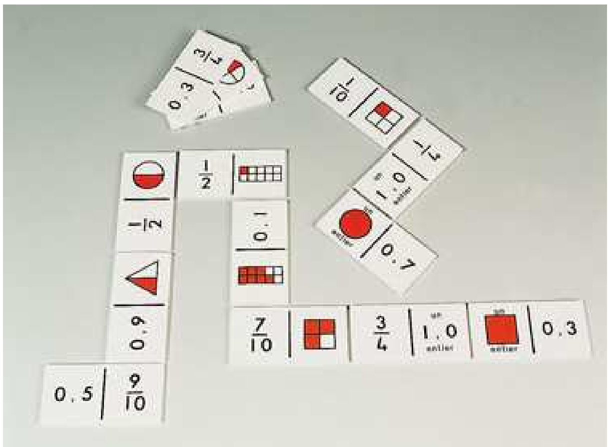
Le principe du jeu consiste à associer des fractions à des nombres à virgule ou à des représentations.

6.2 Laçages fractions

Ce jeu, commercialisé par Celda & Asco, demande d'associer des fractions à des formes graphiques variées, équivalentes, à des additions et soustractions de fractions de même dénominateur, à une multiplication d'une fraction par un entier, à des fractions décimales. Ce jeu est autocorrectif car à la fin, il suffit de retourner la plaque pour vérifier que le lacet a bien suivi le même parcours que la ligne en relief.


6.3 Dominos

Ce jeu peut à nouveau être créé dans le cadre de beaucoup d'apprentissages. Celui qui nous intéresse est proposé par Celda & Asco et concerne la fraction et le nombre décimal.



7 Activité sur le passage de la fraction opérateur à la fraction rapport

Si on en croit les résultats obtenus aux questions concernant la fraction rapport dans les épreuves externes, elle ne semble pas poser de problème particulier aux élèves. Toutefois, elle n'est souvent abordée qu'au travers de la notion d'échelle dans les apprentissages. Une manière originale de ramener cette fraction rapport au centre des discussions est de la mettre en relation avec la fraction opérateur, comme c'est le cas dans l'activité "De la fraction-partage à la fraction-rapport au cycle 10-12" (Math & Sens "Oser les fractions dans tous les sens", De Boeck).

Cette activité propose de faire apparaitre la fraction $\frac{1}{2}$ au départ de toutes sortes d'objets : une boule de plasticine, un collier de trois perles de deux couleurs, une tour de 9 Lego de deux couleurs, un verre d'eau, une construction de 6 Duplo...

Pour certains objets, comme la construction de 6 Duplo, cela ne pose aucun problème. Pour d'autres, il est nécessaire de recourir à d'autres stratégies que le comptage comme pour la plasticine ou le verre d'eau, qu'on peut peser par exemple. Pour la tour de 9 Lego de deux couleurs, on est vite confronté à l'impossibilité de "couper en deux" équitablement. Il faut alors séparer la tour de 9 Lego en deux tours, une de 6, une de 3. Celle de trois représente alors $\frac{1}{2}$ de celle de 6. Dans cet exemple, la fraction $\frac{1}{2}$ est donc bien un rapport puisqu'elle représente la comparaison de deux nombres, ici 3 et 6.

Références

[1] Ancia P., Dewaele P., Duquesne N., Grondal C., Want A., (2000), *Le nouvel Actimath 2*, Éditions Van In.

[2] Andrianne S., Sacré A., Stegen P., (1997), *Des Socles de compétences aux apprentissages en cycle - Des jeux des activités... Outils pour construire les nombres*, Conseil de l'Enseignement des Communes et Provinces.

[3] CREM, (1995), *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans – Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques*, CREM asbl.

[4] De Ridder M., De Groef J., (2000), *ATTRIMATHS Applications mathématiques* 2^{e} *et* 3^{e} *cycles primaires*, Éditions Degrid.

[5] ERMEL, (1997), *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1*, Éditions Hatier.

[6] ERMEL, (1999), *Apprentissages numériques et résolutions de problèmes CM2*, Éditions Hatier.

[7] Fédération Wallonie-Bruxelles, *Évaluations externes certificatives CEB et CE1D (2010, 2011 et 2012)*, www.enseignement.be

[8] Lucas F., de Terwangne M., Hauchart C., (2007), *Oser les fractions dans tous les sens*, collection Math & Sens, Éditions De Boeck.

[9] Midavaine R., Dereppe S., Henrioul A., Vandenberghe C., (2003), *Cinq sur Cinq - Maths* 1er *degré – Nombres*, Éditions Érasme.

[10] Ministère de la Communauté française, (1999), *Socles de compétences*, Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique.

[11] Postal F., Valenduc A.-M., (2012), *Randomaths* 1re *année*, Éditions Érasme.

[12] Roegiers, X., (2003), *Les mathématiques à l'école primaire (tome 2)*, Éditions De Boeck.

[13] Rouche, N., (1998), *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?*, Éditions Ellipses.

[14] Rouche, N., et al., (2006), *Du quotidien aux mathématiques (nombres, grandeurs et proportions)*, Éditions Ellipses.

[15] Sacré A., Stegen P., (2001), *Savoir dénombrer et savoir calculer au cycle 8/10*, Éditions Labor.

[16] Sacré A., Stegen P., (2003), *Savoir dénombrer et savoir calculer au cycle 10/12*, Éditions Labor.

[17] Stegen P., Géron C., Daro S., (2010), *L'enseignement des rationnels à la liaison primaire-secondaire*, Rapport de recherche.

Table des matières